高三数学二、三轮备考和冲刺策略分享

道县一中　唐义志

江西　　南昌

知心慧学数学提分宝顺应时代发展的潮流

巩固成果 开拓创新
以教育信息化全面推动教育现代化
——刘延东副总理在第二次全国教育信息化
工作电视电话会议上的讲话
（2015年11月19日）

全面落实中央要求、准确把握时代发展脉搏，充分认识教育信息化面临的新形势新要求：

推进教育信息化是落实中央决策部署的必然要求。十八届五中全会要求，要推进教育信息化，发展远程教育，扩大优质教育资源覆盖面。习近平总书记在中央网络安全和信息化领导小组第一次会议上作出了“没有信息化就没有现代化”的重要论断；为国际教育信息化大会发贺信，指出要因应信息技术的发展，推动教育变革和创新，构建网络化、数字化、个性化、终身化的教育体系，建设“人人皆学、处处能学、时时可学”的学习型社会，培养大批适应信息社会需要的创新人才。李克强总理多次主持召开国务院常务会议，对实施“互联网+”行动计划、国家大数据战略作出重要部署，要求探索新型教育服务供给方式，鼓励学校利用数字教育资源及教育服务平台，逐步探索网络化教育新模式，扩大优质教育资源覆盖面；探索发挥大数据对变革教育方式、促进教育公平、提升教育质量的支撑作用。教育系统必须深刻领会中央精神，切实把思想和行动统一到中央决策部署上来，把教育信息化作为教育战线落实中央要求的具体行动，以信息化推动教育的创新发展（摘录部分）。

知心慧学数学提分宝

给学生的价值

专属定制：

教师根据所教学生的知识基础和能力层次有针对性的命制试题，提分宝系统将学生的错题按照知识点、难度进行分层分类，并生成变式题，学生可以依据自身情况，选择不同的复习内容，做到因时制宜，高效复习。

学优生：优化提升为主，适宜难度拔高的练习；个性错题+变式题（3个）

中等生：夯实基础为主，适宜巩固练习；个性错题+变式题（2个）

学困生：盲点学习为主，适宜基础练习；个性错题+变式题（1个）

优点：

1.针对性强，对学生考试中的错题进行归类，并紧跟题型拓展，极大提高学生对知识的巩固和理解；
2.解析详尽，多数同学能够通过自主学习进行掌握；
3.起到了考后纠错、变式训练、总结反思和能力提升的作用；
4.每个教师都有一个教学讲义——包括班级的考试分析（班级前五名、班级后五名、进步和退步最大的五名、重点关注每一位学生的成长轨迹、高频错题及相关考点等），试卷讲评所需的每道题的答题情况，不仅有正确率还有详细到错该题的知识点，以及具体到每道题目的详细答案；
5.纸张质量好，有专门的活页夹，印刷精美。

二轮复习备考策略

研（考试大纲、历年真题、命题趋势）

课（专题复习课、试卷讲评课）

练（综合测试、专题测试（巩固））

2018高考全国卷的启示

观点：

2018年高考题相比以前难度下降，未达到备考预期的难度。应该认真挖掘试题的内涵和导向，认真体会“从能力立意到素养导向的历史性转变”，并渗透于日常的教学和高三备考。大背景是指导教学实现“立德树人”的大目标。

二轮复习备考策略

（一）围绕一个中心

二轮复习仍要以课本为中心，在专题复习过程中出现的所有问题都与基本知识有关，这时要回归课本找到症结。

教材中除了定理，定义外，还有一些重要的典型的例题、习题，他们分布在各章节各单元中.教师要注意把他们梳理出来，并将这些例、习题进一步提炼和挖掘，从而延伸出一些派生公式和结论，让学生熟悉这些结论，尤其一些成绩差的同学更要以课本为本。

高考试题必须保持一定的难度！

近年来，多个省份的高分考生数量不断创下新纪录。有人说，现在上清华北大，已经不是看考了多少分，而是看不被扣掉多少分。这种现象多少反映了升学考试简单化、模式化的趋势——试题难度和区分度下降。

像高考这种重要的选拔性考试，如果降低试题难度，大部分学生都能通过拼命刷题取得较高的分数，不仅不利于选拔人才，学生的应试压力还会越大！

事实上，高考作为选拔性考试，不仅要确保机会均等，更要保证选拔公平。而机会均等与选拔公平并不矛盾，因为，不同水平和能力的学生适合不同层次的学校，每一个学生在适合自己层次的学校继续深造才是更广义的公平，才能顺应人才培养的潜在规律。

高考命题要增强基础性，考查学生必备知识和关键能力

增强基础性不是要考教材原话，而是考查学生必备知识和关键能力。

“基础性”包括全面合理的知识结构、扎实灵活的能力要求和健全向上的人格素养。高考通过加强对基本概念、基本原理、基本思想方法的考查，引导学生重视基础，将所学知识和方法内化为自身的能力。

一道题不会做的根源在于某个概念、定理没有掌握，数学本质上是玩概念的。

（二）抓住两个基本点

（1）讲座式专题复习

编写学案中：以三角函数、数列、立体几何、概率与统计、解析几何、函数、选填题专练、选考内容为主干知识，分8个大专题来复习。

题目来源——近7年高考题+各地最新模拟题。

二轮复习设置专题的基本要求：

(1) 突出主干知识，体现在由对单一知识的认识上升到对知识交汇处的重点知识的认识.

(2) 突出解题方法，体现在由“一题一法”上升到“一题多法”直至“多题一法”，体现在题型归类、方法提炼，追求最优解法上.其中最高层次为“多题一法”.

(3) 突出提升能力，体现在把能力附在问题上，用问题解决的方式来体现能力，用解题带动能力训练.

(4) 突出数学思想方法，体会数学思想在解题过程中所起的重要作用.

专项训练类型

①选填题训练：选填题共16题，50分钟内完成，前十二题为选择题，后四题为填空题。——快速准确

②中等难度解答题（保分题，45分钟内完成）训练：共4题，分别为三角函数题或数列题、立体几何题、选考内容题和概率统计题，突出对专项能力的考查和训练。设置时可以相互交叉，可以交换顺序，可以由难到易。步骤完整，计算准确

③难度解答题（挑战题，25分钟内完成）训练：共2题，分别是解析几何题和函数导数题，突出综合性，体现思想性，在局部小问上提高思维要求。——重视审题，直击本质。

专题训练的方法

①组织教师编写训练题；骨干教师带领青年教师，一审一校；

②印制成试卷形式，留出纠错和反思的空白；

③课堂强化训练，定时、定量独立完成；

④训练后及时反馈、及时纠错、及时总结。

“三角函数与解三角形”的命题特点

1．考查形式和分值占比稳定在１０％左右.

2．知识点考查全面，历年高考中，无论文科数学或理科数学，任意角三角函数的概念与公式、三角函数的图象与性质、简单的三角恒等变换、正弦定理与余弦定理等多以工具形式出现，重点考查形如 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的函数的图象与性质、解三角形的应用、求函数值等问题.

3．难度适中且文理有别

（1）文科数学多以简单题和中档题为主，往往属于相对容易拿分的题目．理科数学的题目难度则更具层次性，除了简单题和中档题等易得分问题，时常还会出现一些对学生能力要求比较高的试题，例如2018年1卷理科数学第16题、2018年1卷文科数学第16题.

16. 已知函数 $f(x)=2\sin x+\sin 2x$，则 $f(x)$ 的最小值是__________.

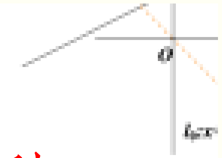
16. $\triangle ABC$ 的内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，已知 $b\sin C+c\sin B=4a\sin B\sin C$，$b^2+c^2-a^2=8$，则 $\triangle ABC$ 的面积为________.

（2）文科数学与理科数学在同一个问题的考查中，其考查的侧重点会有所不同，往往理科数学考查的知识点覆盖面相对更广、题目难度更大、能力要求更高。

命题趋势引领教学方向．三角函数是高中数学的重要内容，从历年高考命题来看，其重点考查的是考生对基本概念、基本公式、基本定理的理解和应用，兼顾考查数学思想方法 以及数学能力．根据往年高考命题规律发现，“三角函数与解三角形”的试题主要考查了以下几种类型的问题．

1.化简和求值问题

15. 已知$\sin\alpha+\cos\beta=1,\cos\alpha+\sin\beta=0$，则$\sin(\alpha+\beta)=$__________.



答案：$-\dfrac{1}{2}$

解析：$\because\sin\alpha+\cos\beta=1,\cos\alpha+\sin\beta=0$

2018年全国2卷理科

$$\therefore\sin^2\alpha+\cos^2\beta+2\sin\alpha\cos\beta=1,\quad\cos^2\alpha+\sin^2\beta+2\cos\alpha\sin\beta=0$$

$\therefore 2+2\sin(\alpha+\beta)=1,\therefore\sin(\alpha+\beta)=-\dfrac{1}{2}$.

【评析】 化简与求值问题是高考数学重点考查的一类题型，解题方法往往具有多样性，解题效率的高低取决于对概念与公式的熟练程度．要求学生能掌握任意角三角函数的定义、同角三角函数的基本 关系、诱导公式、两角和与差的三角函数公式、二倍角公式以及恒等变换等知识．并熟知它们之间的联 系，能快速实现公式间的相互转 化，将问题化繁为简．通常需要注意讨论角的范围、确定三角函数值的正负等，并且对学生的运算求解能力有较高的要求．

2．三角函数的定义域与值域（最值）

例2: （2017 年Ⅱ卷 理 14）函数 $f(x)=\sin^2x+\sqrt{3}\cos x-\frac{3}{4}\left(x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]\right)$的最大值是_______.

分析：先利用同角三角函数的平方关系进行变形得 $f(x)=-\cos^2x+\sqrt{3}\cos x+\frac{1}{4}$，再利用换元法将复合函数的最值问题等价转化为一元二次函数的最值问题，尤其要注意定义域对函数值的影响.

【评析】 函数的值域（最值）问题是高考的热门问题．往往需要进行简单的三角恒等变换将函数化简，运用整体代换的思想，等价转化为我们熟知的函 数求解．重点在于熟练运用简单的三角恒等变换、掌握三角函数的性质与图象．而学生往往容易忽视定义域对函数最值的影响．

3．三角函数的图象与性质

例3：（2017年Ⅲ卷理6）设函数 $f(x)=\cos(x+\frac{\pi}{3})$，则下列结论错误的是（　　）

A. $f(x)$的一个周期为-2π

B. $y=f(x)$的图象关于直线 $x=\frac{8\pi}{3}$对称

C. $f(x+\pi)$的一个零点为 $x=\frac{\pi}{6}$

D. $f(x)$在$(\frac{\pi}{2},\pi)$单调递减

分析：可由余弦曲线 $y=\cos x$ 向左平移$\frac{\pi}{3}$个单位作出 $f(x)$的图象，再根据图象对选项逐个验证.

【评析】 主要考查常见函数的周期性、单调性、对称性等基本性质，要求能够熟练运用正弦函数、余弦函数、正切函数的图象与性质，突出考查了数形结合的思想.

8. 已知函数$f(x)=2\cos^2 x-\sin^2 x+2$，则（　　）

2018年全国1卷文科

A：$f(x)$的最小正周期为π，最大值为3

B：$f(x)$的最小正周期为π，最大值为4

C：$f(x)$的最小正周期为2π，最大值为3

D：$f(x)$的最小正周期为2π，最大值为4

4．正余弦型函数和性质

例4 （2016年Ⅲ卷 理14）函数 $y=\sin x-\sqrt{3}\cos x$ 的图象可由函数 $y=\sin x+\sqrt{3}\cos x$ 的图象至少向右平移______个单位长度得到.

【评析】 函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的图象与性质是高考的重点考查对象，方法与技巧在于熟练掌握其图象的平移与伸缩变换，能作出函数图象，并能利用正弦函数、余弦函数和正切函数的图象与性质研究其周期性与单调性、对称性、最值等，考查数形结合、从一般到特殊的数学思想方法．

5．解三角形的应用

17. （12分）在平面四边形$ABCD$中，$\angle ADC=90^\circ,\angle A=45^\circ,AB=2,BD=5$.

（1）求$\cos\angle ADB$；

（2）若$DC=2\sqrt{2}$，求BC.

2018年全国1卷理科

解析:（1）在$\triangle ABD$中，由正弦定理得$\dfrac{BD}{\sin\angle BAD}=\dfrac{AB}{\sin\angle ADB}$；

$\therefore\sin\angle ADB=\dfrac{AB\cdot\sin\angle BAD}{BD}=\dfrac{2\times\frac{\sqrt{2}}{2}}{5}=\dfrac{\sqrt{2}}{5}$；

$\because BD>BA,\therefore\angle BAD>\angle BDA,\therefore\angle BDA$为锐角；$\therefore\cos\angle ADB=+\sqrt{1-\sin^2\angle ADB}=+\dfrac{\sqrt{23}}{5}$；

（2）$\because\angle BDC=\dfrac{\pi}{2}-\angle BDA,\therefore\cos\angle BDC=\cos\left(\dfrac{\pi}{2}-\angle ADB\right)=\sin\angle ADB=\dfrac{\sqrt{2}}{5}$；

由余弦定理得

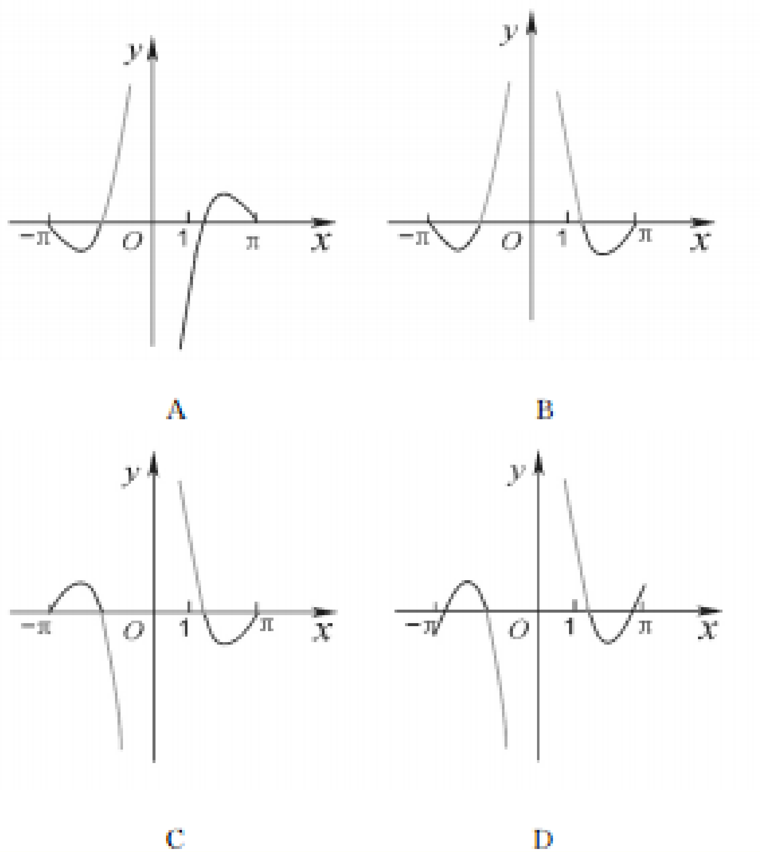
$$BC^2=BD^2+DC^2-2BD\cdot DC\cdot\cos\angle BDC=25+8-2\times5\times2\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{5}=25$$

故$BC=5$.

【评析】高考中对于“三角函数与解三角形”的解答题多用三角形作为命题背景，重点考查正弦定理、余弦定理及三角形面积公式在解三角形中的运用，兼顾考查同角三角函数的基本关系、诱导公式、两角和与差的三角函数公式以及运算求解能力．难点在于根据已知条件与所求的量，充分挖掘三角形中隐含的边长与角度之间的关系，能利用正弦定理或余弦定理实现边与角的相互转化，经常涉及三角形的中线、高、角平分线、边的定比分点、三角形内角和等于180度、两角互补、两角互余、三角形的内角与外角等的灵活运用。

6．与三角函数有关的函数模型

例 15 （2017 年Ⅰ卷 文 8）函数 $y=\frac{\sin 2x}{1-\cos x}$ 的部分图象大致为______（　　）



【评析】 方法与技巧在于运用三角函数的图象与性质判断与其相关的函数模型的图象，考查学生的直观感知能力、抽象概括能力与建模能力等，要求学生具有应用意识．

2019年高考备考建议

由于“三角函数与解三角形”是高中数学的重要知识模块，在高考中占有很大的比重，也是学生容易得分的模块，所以我们应该细致地做好该专题的复习.

（一）紧扣教材、夯实基础在复习过程中，做到源于课本、高于课本．任意角三角函数的概念与公式、三角函数的图象与性质、正弦定理与余弦定理等是解决“三角函数与解三角形”问题的基本工具．若要能够在分析与解决问题的过程中做到娴熟地运用，必须理解任意角三角函数的定义、会推导三角函数的公式与变形、会证明正弦定理与余弦定理、掌握三角函数曲线与曲 线 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ 的联系，从而在复习过程中构建起三角函数的知识网络，学生才能更加具有逻辑地记忆三角函数的公式与定理、图象与性质，才能在实际问题中快速地找到问题的突破口，并能做到举一反三和“知其然，知其所以然”.

（二）认真研究考试大纲、把握高考试题的命题特点通过研读考试大纲，清楚“三角函数与解三角形”的每个知识点对应的知识要求如了解、理解、掌握等，准确把握教学的重点和难点．高考真题是最好 的教学素材，在练习高考试题的过程中，总结发现高考试题的命题规律和试题特点，再针对性地选题和 拓展训练，强化通性与通法，避免偏题与怪题，有效提高复习效率．

例如，我们发现历年的高考考查“三角函数与解三角形”的解答题时都用“三角形”作为 命题背景，重点考查正弦定理与余弦定理的运用，兼顾考查了三角形的性质、三角函数的概念与公式、简单的三角恒等变换等．因此，我们可以在学习过程中有意识地加强同类型问题的针对性训练，要注意控制好难度，并且做到文理有别，文科 数学偏重基础知识与方法的直接运用，而理科数学在逻辑推理与运算求解能力方面的要求要更高一些．

（三）注重数学思想方法与解题策略的教学

通过对高考中“三角函数与解三角形”的几类常见问题的分析发现，数学思想方法引领解题策略．老师要注重将数学思想方法，渗透与落实在“三角函数与解三角形”的备考教学当中，从而促进学生的抽象概括能力、推理论证能力与运算求解能力等数学能力的不断提高，并让学生具备一 定的应用意识和创新意识．学习过程中，要充分创设机会让学生展现自己的数学思维，关注学生对问题的理解与想法，提炼与总结问题的解决策略，从而丰富问题的解法、规范学生的答题习惯、减少学生不必要的失误．同时，老师也应该有意识地加强“代入验证法、特例法、筛选法”等解题技巧的教学，帮助学生拓展解题思路，提高解题效率．

概率统计题的考查特点分析

一、统计背景下的概率问题

这类问题一般将统计与概率相结合，既考查频率分布直方图或茎叶图，又考查统计情境下的概率问题，如概率、分布列与期望的计算。

1.以频率分布为背景考查概率知识

19. （12分）某家庭记录了未使用节水龙头50天的日用水量数据（单位：m^3）和使用了节水龙头50天的日用水量数据，得到频数分布表如下：

未使用节水龙头50天的日用水量频数分布表

日用水量	[0,0.1)	[0.1,0.2)	[0.2,0.3)	[0.3,0.4)	[0.4,0.5)	[0.5,0.6)	[0.6,0.7)
频数	1	3	2	4	9	26	5

2018年I卷文

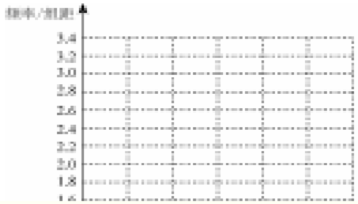
使用了节水龙头50天的日用水量频数分布表

日用水量	[0,0.1)	[0.1,0.2)	[0.2,0.3)	[0.3,0.4)	[0.4,0.5)	[0.5,0.6)
频数	1	5	13	10	16	5

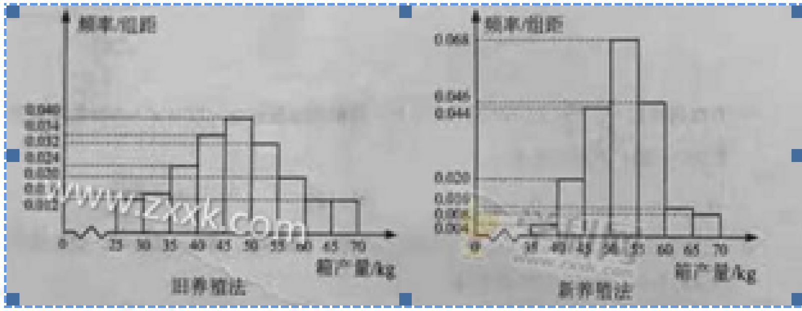
（1）在答题卡上作出使用了节水龙头50天的日用水量数据的频率分布直方图：

（2）估计该家庭使用节水龙头后，日用水量小于$0.35m^3$的概率；

（3）估计该家庭使用节水龙头后，一年能节省多少水？（一年按365天计算，同一组中的数据以这组数据所在区间中点的值作代表.）



淡水养殖场进行某水产品的新、旧网箱养殖方法的产量对比学|科网，收获时各随机抽取了 100 个网箱，测量各箱水产品的产量（单位：kg）某频率直方图如下：



2017年全国II卷

（1） 设两种养殖方法的箱产量相互独立，记 A 表示事件：旧养殖法的箱产量低于 50kg, 新养殖法的箱产量不低于 50kg,估计 A 的概率；

（2） 填写下面列联表，并根据列联表判断是否有 99%的把握认为箱产量与养殖方法有关：

	箱产量<50kg	箱产量≥50kg
旧养殖法		
新养殖法		

（3） 根据箱产量的频率分布直方图，求新养殖法箱产量的中位数的估计值（精确到 0.01）

$P(K^2 \geq k)$	0.050	0.010	0.001
k	3.841	6.635	10.828

18．（12分）某超市计划按月订购一种酸奶，每天进货量相同，进货成本每瓶4元，售价每瓶6元，未售出的酸奶降价处理，以每瓶2元的价格当天全部处理完．根据往年销售经验，每天需求量与当天最高气温（单位：℃）有关．如果最高气温不低于25，需求量为500瓶；如果最高气温位于区间$[20,25)$，需求量为300瓶；如果最高气温低于20，需求量为200瓶，为了确定六月份的订购计划，统计了前三年六月份各天的最高气温数据，得下面的频数分布表：

最高气温	$[10,15)$	$[15,20)$	$[20,25)$	$[25,30)$	$[30,35)$	$[35,40)$
天数	2	16	36	25	7	4

以最高气温位于各区间的频率代替最高气温位于该区间的概率．

（1）求六月份这种酸奶一天的需求量X（单位：瓶）的分布列；

（2）设六月份一天销售这种酸奶的利润为Y（单位：元）．当六月份这种酸奶一天的进货量n（单位：瓶）为多少时，Y的数学期望达到最大值？

(2)①当$n\leqslant 200$时：$Y=n(6-4)=2n$，此时$Y_{max}=400$，当$n=200$时取到．

②当$200<n\leqslant 300$时：$Y=\frac{4}{5}\cdot 2n+\frac{1}{5}[200\times 2+(n-200)\cdot(-2)]$

$$=\frac{8}{5}n+\frac{800-2n}{5}=\frac{6n+800}{5}$$

此时$Y_{max}=520$，当$n=300$时取到．

2017年全国III卷理

③当$300<n\leqslant 500$时，

$$Y=\frac{1}{5}[200\times 2+(n-200)\cdot(-2)]+\frac{2}{5}[300\times 2+(n-300)\cdot(-2)]+\frac{2}{5}\cdot n\cdot 2$$

$$=\frac{3200-2n}{5}$$

此时$Y<520$．

④当$n\geqslant 500$时，易知Y一定小于③的情况．

2.以表格为背景来考查概率知识

此类问题经常以表格形式出现，着重考查学生分析信息，处理数据的能力，全国课标卷多次出现表格。

18. （本小题满分 12 分）

某险种的基本保费为 a（单位：元），继续购买该险种的投保人称为续保人，续保人本年度的保费与其上年度出险次数的关联如下：

2016年新课标II

上年度出险次数	0	1	2	3	4	$\geqslant 5$
保费	$0.85a$	a	$1.25a$	$1.5a$	$1.75a$	$2a$

设该险种一续保人一年内出险次数与相应概率如下：

一年内出险次数	0	1	2	3	4	$\geqslant 5$
概率	0.30	0.15	0.20	0.20	0.10	0.05

（Ⅰ）求一续保人本年度的保费高于基本保费的概率；

（Ⅱ）若一续保人本年度的保费高于基本保费，求其保费比基本保费高出 60% 的概率；

（Ⅲ）求续保人本年度的平均保费与基本保费的比值.

3.以茎叶图为背景来考查概率知识

18. （12分）某工厂为提高生产效率，开展技术创新活动，提出了完成某项生产任务的两种新的生产方式．为比较两种生产方式的效率，选取40名工人，将他们随机分成两组，每组20人，第一组工人用第一种生产方式，第二组工人用第二种生产方式．根据工人完成生产任务的工作时间（单位：min）绘制了如下茎叶图：

第一种生产方式		第二种生产方式
8	6	5 5 6 8 9
9 7 6 2	7	0 1 2 2 3 4 5 6 6 8
9 8 7 7 6 5 4 3 3 2	8	1 4 4 5
2 1 1 0 0	9	0

2018年III卷理

（1）根据茎叶图判断哪种生产方式的效率更高？并说明理由；

（2）求40名工人完成生产任务所需时间的中位数m，并将完成生产任务所需时间超过m和不超过m 的工人数填入下面的列联表：

	超过m	不超过m
第一种生产方式		
第二种生产方式		

（3）根据（2）中的列表，能否有99%的把握认为两种生产方式的效率有差异？

附：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，

$P(K^2\geq k)$	0.050	0.010	0.001
k	3.841	6.635	10.828

.

（18）（本小题满分 12 分）

某公司为了解用户对其产品的满意度，从 A，B 两地区分别随机调查了 20 个用户，得到用户对产品的满意度评分如下：

A 地区：	62	73	81	92	95	85	74	64	53	76
	78	86	95	66	97	78	88	82	76	89
B 地区：	73	83	62	51	91	46	53	73	64	82
	93	48	65	81	74	56	54	76	65	79

2015年全国II卷

（Ⅰ）根据两组数据完成两地区用户满意度评分的茎叶图，并通过茎叶图比较两地区满意度评分的平绝值机分散成都（不要求计算出具体值，给出结论即可）；

A 地区		B 地区
	4 5 6 7 8 9	

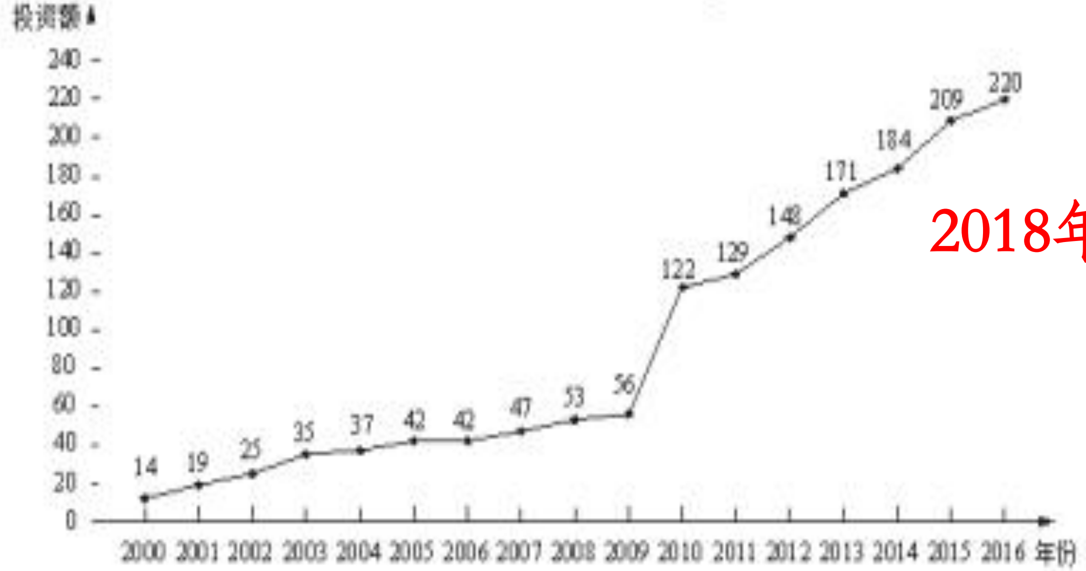
（Ⅱ）根据用户满意度评分，将用户的满意度从低到高分为三个等级：

满意度评分	低于 70 分	70 分至 89 分	不低于 90 分
满意度等级	不满意	满意	非常满意

记事件 C：“A 地区用户的满意度等级高于 B 地区用户的满意度等级”，假设两地区用户的评价结果相互独立，根据所给的数据，以事件发生的频率作为相应事件发生的概率，求 C 的概率。

二、纯粹的统计学问题

18. （12分）下图是某地区2000年至2016年环境基础设施投资额y（单位：亿元）的折线图.



2018年全国II卷理

为了预测该地区2018年的环境基础设施投资额，建立了y与时间变量t的两个线性回归模型．根据2000年至2016年的数据（时间变量t的值依次为$1,2,\cdots,17$）建立模型①：$\hat{y}=-30.4+13.5t$；根据2010年至2016年的数据（时间变量t的值依次为$1,2,\cdots,7$）建立模型②：$\hat{y}=99+17.5t$.

（1）分别利用这两个模型，求该地区2018年的环境基础设施投资额的预测值；

（2）你认为用哪个模型得到的预测值更可靠？并说明理由.

（**2017 年全国 1 卷**）为了监控某种零件的一条生产线的生产过程，检验员每天从该生产线上随机抽取 **16** 个零件，并测量其尺寸（单位：**cm**）．根据长期生产经验，可以认为这条生产线正常状态下生产的零件的尺寸服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$．

（**1**）假设生产状态正常，记 X 表示一天内抽取的 **16** 个零件中其尺寸在 $(\mu-3\sigma,\mu+3\sigma)$ 之外的零件数，求 $P(X\geq1)$ 及 X 的数学期望；

（**2**）一天内抽检零件中，如果出现了尺寸在 $(\mu-3\sigma,\mu+3\sigma)$ 之外的零件，就认为这条生产线在这一天的生产过程可能出现了异常情况，需对当天的生产过程进行检查.

（ⅰ）试说明上述监控生产过程方法的合理性；

（ⅱ）下面是检验员在一天内抽取的 **16** 个零件的尺寸：

9.95	**10.12**	**9.96**	**9.96**	**10.01**	**9.92**	**9.98**	**10.04**
10.26	**9.91**	**10.13**	**10.02**	**9.22**	**10.04**	**10.05**	**9.95**

经计算得 $\bar{x}=\frac{1}{16}\sum_{i=1}^{16}x_i=9.97$， $s=\sqrt{\frac{1}{16}\sum_{i=1}^{16}(x_i-\bar{x})^2}=\sqrt{\frac{1}{16}(\sum_{i=1}^{16}x_i^2-16\bar{x}^2)^2}\approx0.212$，其中 x_i 为抽取的第 i 个零件的尺寸， $i=1,2,\cdots,16$.

用样本平均数 $\bar{x}$ 作为 μ 的估计值 $\hat{\mu}$，用样本标准差 s 作为 σ 的估计值 $\hat{\sigma}$，利用估计值判断是否需对当天的生产过程进行检查？剔除 $(\hat{\mu}-3\hat{\sigma},\hat{\mu}+3\hat{\sigma})$ 之外的学科网数据，用剩下的数据估计 μ 和 σ（精确到 **0.01**）.

附：若随机变量 Z 服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，则 $P(\mu-3\sigma<Z<\mu+3\sigma)=0.997\ 4$，

$0.997\ 4^{16}=0.959\ 2$， $\sqrt{0.008}\approx0.09$.

三、与函数有关的统计学问题

20. （12分）某工厂的某种产品成箱包装，每箱200件，每一箱产品在交付用户之前要对产品作检验，如检验出不合格品，则更换为合格品，检验时，先从这箱产品中任取20件作检验，再根据检验结果决定是否对余下的所有产品作检验，设每件产品为不合格品的概率都为$p(0<p<1)$，且各件产品是否为不合格品相互独立.

（1）记20件产品中恰有2件不合格品的概率为$f(p)$，求$f(p)$的最大值点p_0；

（2）现对一箱产品检验了20件，结果恰有2件不合格品，以（1）中确定的p_0作为p的值．已知每件产品的检验费用为2 元，若有不合格品进入用户手中，则工厂要对每件不合格品支付25元的赔偿费用.

（i）若不对该箱余下的产品作检验，这一箱产品的检验费用与赔偿费用的和记为X，求EX；

（ii）以检验费用与赔偿费用和的期望值为决策依据，是否该对这箱余下的所有产品作检验？

解析：（1）

2018年全国I卷

$$f(p)=C_{20}^{2}p^{2}(1-p)^{18}=190p^{2}(1-p)^{18}$$

$$f'(p)=190[2p(1-p)^{18}-p^{2}\cdot 18(1-p)^{17}]=190\times 2p(1-p)^{17}(1-p-9p)=380p(1-p)^{17}(1-10p)$$

p	$\left(0,\frac{1}{10}\right)$	$\frac{1}{10}$	$\left(\frac{1}{10},+\infty\right)$
$f'(p)$	$+$	0	$-$
$f(p)$	$\nearrow$	极值	$\searrow$

$\therefore$最大值点$p_0=\frac{1}{10}$；

（2）（i）设剩下的产品不合格的个数为Y；

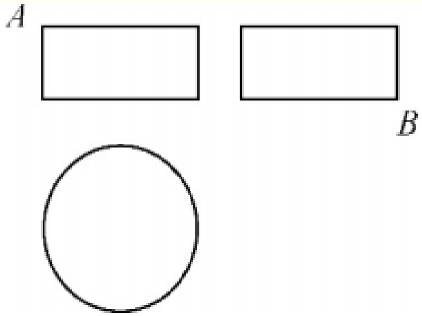
$\therefore Y\sim B\left(100,\frac{1}{10}\right)$，$EY=180\times\frac{1}{10}=18$，$\therefore X=20\times 2+25Y$；

$\therefore EX=E(40+25Y)=40+25EY=40+25\times 18=490$；

（ii）检验余下所用产品，则总费用为$2\times 200=400$，$\because 400<EX=490$，$\therefore$应该对这箱余下的所有产品作检验.

立体几何

7. 某圆柱的高为2，底面周长为16，其三视图如右图所示，圆柱表面上的点M在正视图上的对应点为A，圆柱表面上的点N在左视图上的对应点为B，则在此圆柱侧面上，从M到N的路径中，最短路径的长度为（　　）



A：$2\sqrt{17}$　　　　B：$2\sqrt{5}$

C：3　　　　D：2

答案： B

解析： 当路径为图中红线时长度最短，故最短路径的长度为$\sqrt{2^2+4^2}=2\sqrt{5}$，故选B

解决立体几何问题要求考生具备一定的空间想象能力. 在重视向量法解决立体几何问题的同时，还应加强综合法的使用力度，让学生得到充分的锻炼.

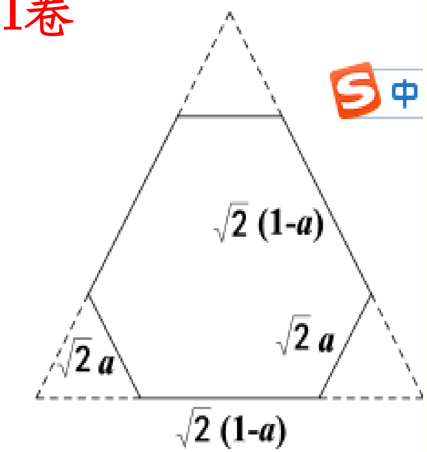
12. 已知正方体的棱长为1，每条棱所在直线与平面α所成的角都相等，则α截此正方体所得截面面积的最大值为（　　）

2018年全国I卷

A: $\dfrac{3\sqrt{3}}{4}$　　B: $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

C: $\dfrac{3\sqrt{2}}{4}$　　D: $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

答案：A

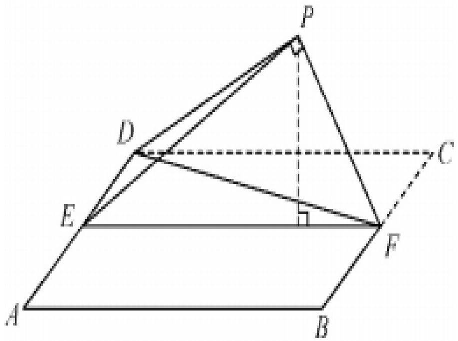


解析： 由题意可知，该平面与正方体的截面为对边平行六边形，如图所示，则截面面积

$$S=\frac{1}{2}\left[\sqrt{2}(1-a)+\sqrt{2}a+\sqrt{2}a\right]\cdot\frac{3}{2}-3\cdot(\sqrt{2})^2\cdot\frac{3}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}\left[(1+a)^2-3a^2\right]=\frac{\sqrt{3}}{2}(-2a^2+2a+1)$$

所以当$a=\dfrac{1}{2}$时，$S_{\max}=S\left(\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{3\sqrt{3}}{4}$，故选A.

18. （12分）如图，四边形$ABCD$为正方形，E,F分别为AD,BC的中点，以DF为折痕把$\triangle DFC$折起，使点C到达点P的位置，且$PF\perp BF$.



（1）证明：平面$PEF\perp$平面$ABFD$;

（2）求DP与平面$ABFD$所成角的正弦值.

解析：（1）$\because BF\perp PF, BF\perp EF, PF\cap EF=F, PF,EF\subset$面$PEF$,

$\therefore BF\perp$平面PEF，又$BF\subset$平面$ABFD$，$\therefore$平面$PEF\perp$平面$ABFD$;

（2）不妨设正方形$ABCD$边长为2，则有$PF=1, DP=2, DF=\sqrt{5}$,

2018年全国I卷

由（1）可知$BF\perp$面PEF，$\therefore PE\subset$面PEF，$\therefore BF\perp PE$,

又$AD\parallel BF$，$\therefore AD\perp PE$，$\therefore PE=\sqrt{PD^2-DE^2}=\sqrt{4-1}=\sqrt{3}$;

作$PO\perp EF$，$\because$平面$PEF\perp$平面$ABFD$，平面$PEF\cap$平面$ABFD=EF, PO\subset$平面PEF,

$\therefore PO\perp$底面；$\therefore PO=\dfrac{PE\cdot PF}{EF}=\dfrac{\sqrt{3}\cdot 1}{2}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ PO为PD在平面$ABFD$的射影，

$\therefore \angle PDO$为直线PD与平面$ABFD$所成角，$\therefore \sin\angle PDO=\dfrac{PO}{PD}=\dfrac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{2}=\dfrac{\sqrt{3}}{4}$.

立体几何具体问题

立体几何试题:难度适中，易得分也易丢分，是主抓且志在必得的内容.掌握学立体几何的直观感知、操作确认、思辨论证、度量计算的研究方法.

学生易出现的问题：

(1)综合法常见问题：审题不清，使用数据与题目给出数据意义不同；逻辑推理错误，凭自己的主观臆断拼凑出使结论成立的条件；没有根据的跳跃，缺乏必要的证明；对定理理解不准确，不清楚定理使用条件；计算错误.

(2)向量法常见错误：建系不合理、求错坐标、不会求法向量、计算错误、公式错误.

(3)“想当然”地去证明几何中的位置关系，导致条件不充分而丢分;

(4)大部分学生用空间向量做，没证三线两两垂直就直接建系而丢分;有用左手系的，导致坐标出错而丢分.

原因：学生解题时既无力用几何法求解，又运算不过关；教学时侧重向量法“建系、写标、套公式”机械训练，减少了思维量，当几何关系复杂时一筹莫展.

立体几何备考建议

（1）重视点、线、面关系，立足教材，建立完整的知识体系；

（2）重视教材例题、习题，夯实解题基础，知识点要覆盖全面，不遗漏；

（3）调试思维角度，向量基底法、向量坐标法、综合法混合使用，培养发散能力.

（4）提醒学生把定理的条件和结论写全、强调用右手系建系，保证坐标正确；

（5）文科不要涉及空间角和繁琐的推理证明，不要拔高也不必讲解空间向量处理问题；

（6）理科倾向于空间向量的应用，但综合法在教学中不可忽视

上好两节课

专题复习课：体现“专”，对复习资料进行二次备课，研发专题复习讲义

试卷讲评课：作好成绩和错题统计，剖析典型错题、精选变式训练巩固提升

练： 精选试题进行综合测试、针对在综合测试中错误率高的题型或知识点进行专题小测试，进一步巩固综合测试的效果，做到一测一得.

三轮冲刺备考策略

1、三重视：

重视基础：

加强中档题训练，重视通性通法的归纳总结，不做偏题怪题；

重视教材：

（1）记忆和理解教材中的概念、定理；

（2）教研组分任务，按七大模块分别选择和整理经典例题、习题，并印发给学生做（高考题中的部分试题就是教材中例题和习题的改编）；

重视错题：

（1）把进入高三以来模拟考试和周测的错题整理，印发给学生做，直到学生掌握为止；

（2）二轮复习后（5月份）会加大使用信息试卷、高考仿真卷，对在测试中出现的高频错题进行研究，充分利用永州市高考研究团队研发的二轮复习讲义，有针对性的选择与高频错题同类型的题目，强化训练，加深理解，确保学生过关；

（3）利用提分宝系统选择与高频错题同类型的题目（快捷、高效），查漏补缺，完善知识体系、题型归类和方法归类。

最后40多天的安排

（1）**保温模拟考试，提升学生信息：**5月16-17日和28-29日各一次，第一次参加金太阳公司组织的大联考，第二次由教研组长自主命题；

（2）6月份把时间交给学生，指导学生看模拟考试中的经典题型（分模块进行），要求错题再做，再归纳总结（知识点、方法、突破口等），教师全程指导；

（3）收集信息试卷（主要在高考前10多天），由教研组长召集本组教师进行筛选，印发给学生做。

总之，高考备考是一个艰辛的过程，离不开制定科学的复习策略和详尽的复习规划，离不开大量富有实效的训练，离不开老师们实实在在的付出，离不开不断激发学生的学习动力和潜力，只要做好这些，我相信一定可以创造新的辉煌！

感谢大家聆听！

不足之处敬请批评指正。